

## ***Che cosa sono i numeri? A cosa servono i numeri?***

[M. 4anni e 8mesi] “Scritte un po’ diverse, non sono lunghe lunghe come le parole.”

[L. 5anni] “Sono che ti servono quando hai i soldini o le bambole. Se ne hai di più o di meno delle tue amichette.”

[T. 5anni] “Sono numeri scritti o detti a voce. O anche sulle dita, uno per uno, ci si conta.”

[R. 5anni e 2mesi] “I numeri sono fatti per dire 1, 2, 3...e poi non sbagliare fino a 10 o fino a dove sai tu.”

[S. 5anni e 2mesi] “I numeri piccoli servono a contare, i numeri grandi a scrivere a scuola.”

# NUMERO

**NUMERO** : *dal latino numeru(m) colui che conta*

ente matematico che specifica la quantità

quantità indeterminata

parte autonoma di spettacolo di varietà

copia, esemplare

cosa o persona indicata con un numero

categoria grammaticale fondata sulla considerazione della singolarità o della pluralità

**MATEMATICA** : *dal latino arte(m) mathematica(m) come calco del greco mathematike “arte apprensiva” dal verbo manthainen “imparare” da cui il matemathikos “colui che desidera apprendere” trasmesso attraverso il latino mathematicum che mantenne a lungo il significato di “mago, indovino”*

- disciplina che si avvale di metodi deduttivi per lo studio degli enti numerici e geometrici e per l' applicazione dei suoi risultati alle scienze
- di assoluta precisione

## **LOGICA : *dal greco logos “discorso,ragionamento”***

- conforme alle leggi del pensiero razionale
- razionale,ragionevole
- chi sa di logica o ragiona con logica
- parte della filosofia che studia i metodi e i principi che consentono di distinguere i ragionamenti corretti da quelli scorretti
- capacità di condurre un ragionamento di modo che le idee siano connesse e coerenti

# ARITMETICA : *dal greco arithmos numero*

- ramo della matematica che studia i numeri e le operazioni con essi

**PROBLEMA** : *dal greco problema derivato da proballein “mettere innanzi, proporre”*

- quesito cui si cerca di dare una risposta o una soluzione partendo da certe premesse e seguendo un ragionamento logico
- questione complicata, dubbio da risolvere
- persona della quale non si riesce a conoscere i pensieri o a spiegare le azioni

## **RISOLVERE** : *dal latino resolvere “sciogliere di nuovo”*

- sciogliere in un liquido
- dissolvere uno stato di tensione, sciogliere un intrigo, una difficoltà
- scomporre dividere in parti
- facilitare la guarigione
- deliberare
- riuscire a concludere
- trasudare
- sciogliersi
- ridursi, andare a finire
- decidersi uscendo da perplessità e esitazioni

# **CONTARE** : *dal latino computare da cui computer*

- numerare progressivamente, verificare il numero
- annoverare, ascrivere
- dire, raccontare
- avere un certo valore
- fare assegnamento, proporsi

**GEOMETRIA** : *dal latino geo-metria(m) disciplina  
magnitudinis et formarum derivato dal greco geo-metron  
“misura della terra o arte di misurare la terra”*

- ramo della matematica che si occupa delle figure

# **CALCOLO** : *dal latino calculum sassolino per fare i conti*

- pietruzza
- concrezione anomala di sali inorganici nell'organismo
- sistema di operazioni e procedimenti matematici
- **calcolare** : determinare per mezzo del calcolo, ponderare attentamente, considerare, fare assegnamenti su qualcuno

**OPERAZIONE** : *dal latino operosu(m) operositate(m) derivato da opera plurale di opus ‘lavoratore a giornata, quantità di lavoro svolta in una giornata*

- atto, effetto dell'operare
- azione che si prefigge uno scopo, che tende a produrre un effetto preciso
- intervento chirurgico
- insieme di attività e avvenimenti militari
- serie di azioni o iniziative coordinate di vasta portata
- processo di natura determinata che da uno o più enti noti, permette di ottenerne un altro

**RISULTARE** : *dal latino resultare “saltare indietro”  
“rimbalzare”*

- provenire, derivare come conseguenza
- rivelarsi, dimostrarsi
- riuscire

**ADDIZIONE** : *dal latino additione(m) che deriva da addere aggiungere*

- aggiunta
- una delle operazioni fondamentali dell'aritmetica

**SOTTRAZIONE** : *dal latino sub-trahere “togliere di sotto”*

- levare via ,liberare,salvare
- atto, effetto del sottrarre o del sottrarsi
- operazione aritmetica contraria all'addizione

**MOLTIPLICARE** : *dal latino multiplicare come atto che denota potenza e capacità di riproduzione*

- accrescere nel numero
- aumentare sempre di più
- riprodursi
- da cui **moltiplicazione** come *operazione matematica tra due numeri, detti fattori, moltiplicando e moltiplicatore (colui che viene riprodotto e colui che riproduce) equivalente a sommare tante volte il primo quante sono le unità del secondo*

**DIVISIONE** : *dal latino dis-videre dividere*

- scomposizione di un tutto in parti
- separazione di una parte dall'altra
- delimitazione di uno spazio tracciare un confine
- effetto del dividere o del dividersi
- operazione aritmetica inversa alla moltiplicazione
- unità militare

# I numeri sono parole

- Meccanismi lessicali
- Aspetto fonologico dei numeri
- Meccanismi articolatori e coarticolatori
- lunghezza, complessità, frequenza,  
concretezza

# Parole numero

I numeri entro il 100 hanno caratteristiche fonotattiche diverse da quelle delle prime parole.

La prima decina si mostra più simile alle parole analizzate rispetto alle decine successive,

# Parole numero

Se pensiamo che le prime parole sono quelle apprese entro i 36 mesi ci rendiamo conto che anche ben oltre questo periodo i bambini operano con numerosità all'interno della decina e quindi le parole-numero sono fonologicamente alla loro portata.

# numero

Il numero è un'entità in rapporto dinamico con lo spazio e col tempo

Operare coi numeri necessita di accuratezza e timing

# I numeri sono numeri

- Aspetto semantico dei numeri e corrispondenza con la quantità

# INTELLIGENZA NUMERICA

La capacità di **manipolazione di quantità** ci accompagna fin dalla nascita.

Questa capacità si chiama **intelligenza numerica** -“intelligere” le quantità- ovvero cognizionare, capire, ragionare, attraverso il complesso sistema cognitivo dei numeri e delle quantità.

Diverso da **comprensione numerica**

## NUMERO IDEA ASTRATTA

L'idea di numero è astratta, infatti, per riconoscere che un insieme di tre penne ha la stessa numerosità di quello di tre cani, è necessario ignorare tutte le caratteristiche specifiche degli oggetti inclusi.

**Antell e Keating** nel 1983 hanno verificato, attraverso la «tecnica dell'abituazione-disabituazione» che i neonati (da 1 a 12 giorni di vita) sono sensibili alla quantità e capaci di differenziare insiemi di 2 o 3 elementi.

## SUBITIZING

Neonati e bambini di pochi mesi sono capaci di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti in modo immediato, **SENZA CONTARE.**

(Atkinson et al., 1976; Mandler e Shebo, 1982)

## SENSIBILITA' ALLA NUMEROSITA'

Le ricerche di **Karen Wynn (1995)** hanno evidenziato come la sensibilità del bambino alla numerosità vada oltre la percezione di oggetti, immobili o in movimento, e riguardi anche insiemi di azioni.

Come avviene il passaggio dalle competenze numeriche pre-verbali all'acquisizione delle parole-numero?

**Gelman e Gallistel**, nel 1978, hanno elaborato la “teoria dei principi di conteggio” secondo la quale l'acquisizione dell'abilità di conteggio verbale è guidata dalla conoscenza innata di alcuni principi basati sulla competenza numerica non verbale.

I tre principi impliciti del «**come contare**» individuati dalle ricercatrici sono:

1. **il principio della corrispondenza biunivoca** (a ogni elemento dell'insieme contato deve corrispondere una sola parola-numero e viceversa);
2. **il principio dell'ordine stabile** (le parole-numero devono essere ordinate in una sequenza fissa e inalterabile);
3. **il principio della cardinalità** (l'ultima parola-numero usata nel conteggio rappresenta la numerosità dell'insieme).

## **Secondo FUSON (Teoria dei contesti diversi, 1988)**

Determinante è l'interazione con l'ambiente (ripetuti esercizi-imitazione); il bambino acquisisce e integra **3 contesti d'uso** delle parole-numero:

il contesto ***sequenza***

(equivale alla recita di una filastrocca, sequenza verbale=stringa di parole);

il contesto ***conta***

(le parole-numero vengono riconosciute come entità distinte e poste in corrispondenza biunivoca con gli oggetti; etichette-numero);

il contesto ***cardinale***

(la parola-numero esprime la totalità degli elementi dell'insieme, la numerosità).

# I numeri sono simboli scritti

- La scrittura alfabetica dei numeri
- La scrittura araba dei numeri
- La scrittura romana dei numeri

## COME SI SCRIVONO I NUMERI

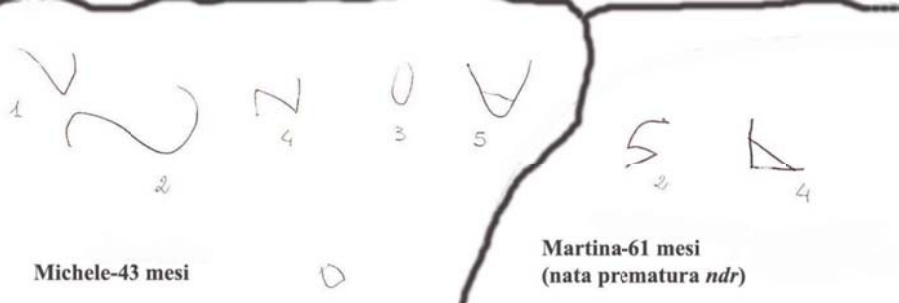
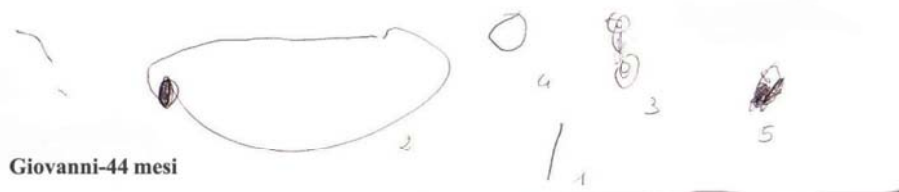
Le ricerche presenti in letteratura, che si sono occupate di approfondire la conoscenza su come si sviluppi la capacità di utilizzare il sistema simbolico dei numeri arabi, seguono due linee di indagine:

*sviluppo delle abilità di scrittura del numero*

*sviluppo delle abilità di lettura.*

Si possono comunque distinguere in linea generale tre tipi fondamentali di notazione numerica:

- notazione con grado informativo nullo per un osservatore esterno, ma portatore di significato personale per il bambino;
- notazione basata sulla corrispondenza biunivoca;
- notazione convenzionale.



← **Notazione nulla discreta**

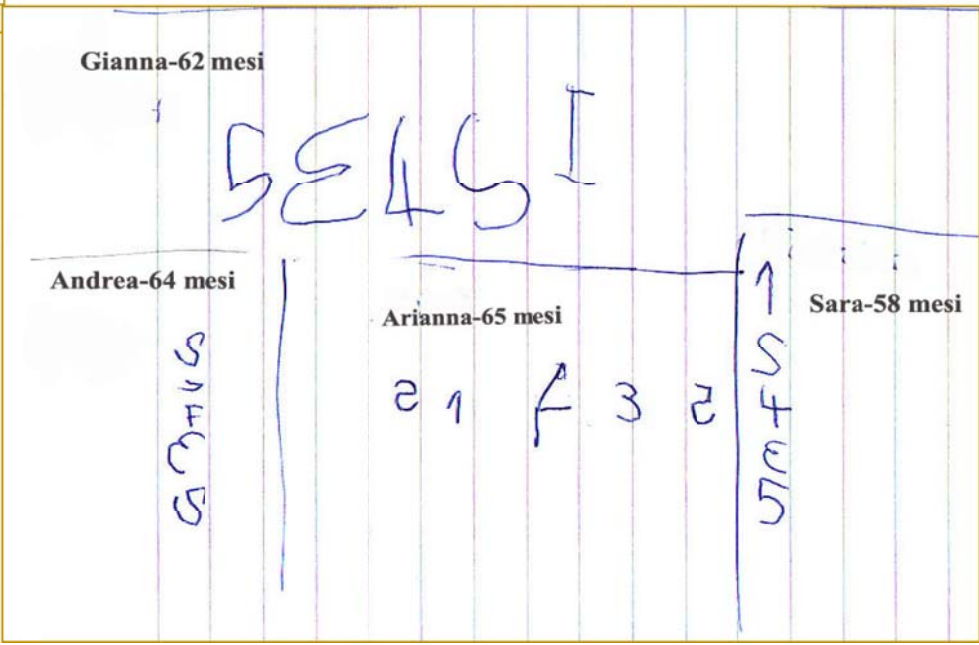
← **Notazione convenzionale errata**

**Rappresentazione simbolica**

# La scrittura dei numeri

**NOTAZIONE NUMERICA**

**RAPPRESENTAZIONE GRAFICA**

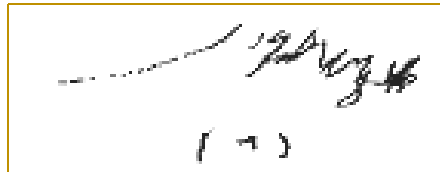


# Lo sviluppo della capacità di scrittura

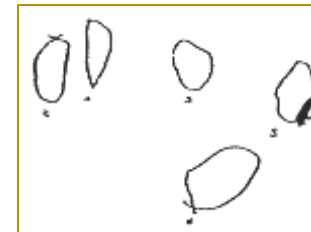
**3 classi di notazione numerica** (Lucangeli e Girelli, 2001):

-notazione *con grado informativo nullo* per un osservatore esterno, ma portatore di significato personale per il bambino;

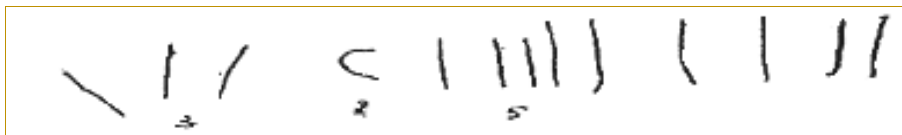
notazione *nulla continua*



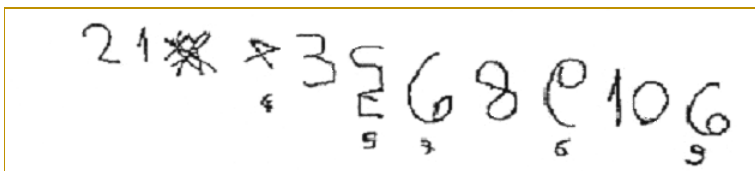
notazione *nulla discreta*



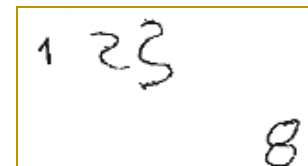
-notazione basata sulla *corrispondenza biunivoca*;



-notazione *convenzionale*.



errata



corretta

# Le strategie di calcolo a mente nelle prime fasi dell'apprendimento

Nei primi anni delle elementari è fondamentale l'uso di strategie di conteggio (già a partire dalla scuola materna):

- conteggio con le dita esplicito
- "strategia delle dita" senza conteggio esplicito
- conteggio verbale senza il supporto di altri referenti
- mancanza di una strategia chiaramente desumibile dal comportamento

**Livello di fiducia**

Strategia del recupero

**Forza di attivazione**

**Velocità di esecuzione**

**Accuratezza**

Conoscenze procedurali (Baroody, 1983)

Gaery (1991, 1993): *counting all, counting on.*

# • LO SVILUPPO DELL'INTELLIGENZA NUMERICA

COMPETENZE / ETA'	Competenze numeriche pre-verbali	Abilità di conteggio	Scrittura dei numeri	Strategie del calcolo
0 – 2 ANNI	$n \pm 1$ <i>Subitizing</i>			
2 – 4 ANNI		Acquisizione delle parole-numero Corrispondenza biunivoca Ordine stabile	Notazione nulla	
4 – 6 ANNI		Cardinalità	Corrispondenza biunivoca Notazione convenzionale	
DAI 6 ANNI				Strategie di conteggio Strategie di recupero

# I numeri hanno delle regole

- La sintassi dei numeri
- I numeri assumono significati diversi a seconda della posizione
- Fatti aritmetici
- Procedure di calcolo scritto e orale

# NUMERO

Per **processi semantici** (dal greco *semantikos* “ che significa, che indica; indicare con un segno) si intendono quegli aspetti che concernono il significato delle parole e, per i numeri, s'intende la **rappresentazione mentale della quantità, la numerosità** . Potremo anche definirlo il “significato” il senso intrinseco veicolato da un simbolo che può essere sia linguistico che matematico. In termini matematici è il principio **della cardinalità del numero**

# NUMERO

## PROCESSI SEMANTICI

trovano il loro antefatto nei processi di **subitizing**,  
cruciale risulta essere il riconoscimento della  
numerosità formata da 3/4 elementi, cioè lo "span" di  
riconoscimento innato.

- **riconoscimento** (4 = ●●●●)
- **confronto** tra set di numerosità diversa

(●●●● > ●●)

# LESSICO

- " lessico numerico " = l'etichetta verbale diversa e unica che ogni cifra assume a seconda della posizione che occupa .
- I meccanismi lessicali sono quei meccanismi cognitivi che selezionano correttamente i nomi delle cifre per riconoscere quello del numero intero.
- I processi lessicali rappresentano l'aspetto del numero più mediato dalla cultura e dalla lingua di appartenenza

# PROCESSI SINTATTICI

**I processi sintattici** ( dal greco syntaxis “ordinamento, sistema” da cui deriva syntaktikos come colui che mette ordine) per i quali le parole in una frase e le frasi in un periodo sono collegate le une alle altre in maniera da esprimere i rapporti concettuali .Potremo definirli come la cornice che distingue le figure concettuali dallo sfondo, dando origine con un numero limitato di elementi ad un numero potenzialmente infinito di combinazioni

# PROCESSI SINTATTICI

**I processi sintattici attribuiscono il corretto valore in base alla posizione che la cifra occupa nel numero.**

**La sintassi combinatoria è quel meccanismo che permette di forgiare grandi numeri utilizzando serie di numeri più piccoli, infatti per formare il numero**

**cinquecentoventisettemilaottocentotrenta- nove (527.839) si usano 6 numeri primitivi e i 2 miscellanei (-cento e –mila), che combinati danno il numero indicato**

# SINTASSI

La sintassi porta però alla formazione di stringhe molto lunghe dal punto di vista fonologico, quindi è essenziale l'efficienza del sistema che permette di passare dalla “parola numero” al “concetto numerico”: passare “in tempo reale” dalla stringa fonologica /cinquecentoventisettemilaottocentotrentanove/ alla serie di cifre “mentali” 5 2 7 8 3 9 mi permette di tenerlo in memoria, cosa che risulterebbe impossibile per una stringa fonologica composta da 18 sillabe.

# SINTASSI

La sintassi è di notevole importanza soprattutto quando si ha a che fare con numeri scritti in forma araba, la loro trasparenza o opacità ha delle conseguenze importanti sull'apprendimento dei numeri entro il cento, cioè il fatto che le parole usate rispecchino la notazione scritta araba.

# TRANSCODIFICA NUMERICA

La transcodifica è quel processo che consente di passare da un codice verbale ( parola ad esempio: /o:.to/ ) ad un codice visivo

(parola scritta <otto>, simbolo , numero 8)

Una buona padronanza di meccanismi sintattici e lessicali è necessaria per la transcodifica numerica, cioè il passaggio da un sistema di notazione numerica all'altro.

I sistemi di notazione numerica sono cinque:

Codice pittografico: ◆◆◆◆◆ ma anche 

Codice alfabetico orale: /'tʃin.kwe/

Codice alfabetico scritto <cinque>

Sistema di notazione araba: 5

Sistema di numerazione romano: V

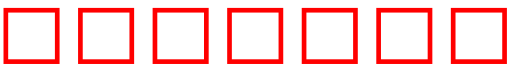
# NUMERO ARABO

I sistemi di notazione numerica presentano vincoli specifici per il loro processamento, infatti la notazione posizionale del sistema di numerazione arabo necessita dell'utilizzo dello " zero ", che non compare invece negli altri sistemi o codici.

Ad es.: 103=/'tʃen.to.tre/

Lo 0 vicaria l'assenza delle decine.

# QUANTITA' SIMBOLO

Per l'individuazione di un numero espresso in codice pittografico è necessario l'utilizzo del conteggio ordinale, cioè per passare da una quantità  ad una sua rappresentazione orale (o scritta) sono necessarie le

abilità del conteggio:

- **ordine stabile**
- **corrispondenza biunivoca**

# .TRANSCODIFICA

Il codice arabo è peculiare poiché le cifre assumono valore in base alla loro posizione all'interno del numero, caratteristica non presente nel codice alfabetico, infatti nel codice alfabetico orale i miscellanei vengono necessariamente enunciati, così non è per il sistema di notazione araba, dove i miscellanei sono specificati dalla posizione all'interno del numero.

L'unico modo per valorizzare i miscellanei, valido, però, solo dalle migliaia, è l'utilizzo di un marcatore (punto o virgola) come può essere il “puntino delle migliaia”.

Al contrario il ruolo dello “zero” è essenziale nel sistema arabo ma inesistente nel codice alfabetico orale.

# ERRORI CONTEGGIO

- omissioni (35,36,38,... )
- aggiunte/intrusioni ( 41,42, 52, 43...)
- inversioni di procedura (più frequente nel conteggio all'indietro) ( 83,82,81,82 83)

alcuni test considerano le **esitazioni prolungate** ( cioè superiori ai 5” ) come errori in quanto queste rappresentano una mancata automatizzazione del processo di richiamo della serie numerica.

# ERRORI TRANSCODIFICA

**Nella transcodifica i punti di criticità riguardano soprattutto i numeri più grandi dove sono presenti i miscellanei (-cento, -mila) che possano dare adito a difficoltà in quanto c'è discrepanza tra sistema dei numeri e sistema linguistico.**

# ERRORI LESSICALI

Gli errori lessicali sono quelli che riguardano la produzione o la comprensione di singole cifre, senza che il loro posto all'interno del numero venga coinvolto. Si tratta quindi di un errore all'interno di una stessa classe, Ad esempio:

- 7 al posto di 4** errore all'interno della classe delle unità
- 13 al posto di 16** errore all'interno della classe dei "dici"
- 35 al posto di 45** errore all'interno della classe delle decine

# ERRORI SINTATTICI

Gli errori sintattici sono dovuti ad un errato posizionamento delle cifre all'interno del numero.

Questi errori sono quelli più frequentemente commessi dai bambini, sia in produzione che in comprensione e sono dovuti alla discrepanza tra sistema linguistico e sistema dei numeri

# ERRORI SINTATTICI

**Mancato riconoscimento del valore dello zero**, rappresenta un errore particolare tra gli errori a base sintattica. La produzione di numeri nel codice verbale non utilizza mai il termine “zero” se non quando denota la quantità assoluta, mentre nel codice arabo lo 0 è necessario e ha valore posizionale al pari delle altre cifre. Quando questo valore non è riconosciuto si possono verificare errori di produzione e transcodifica.

Ad es. /tʃen.to.u.no/ → 1001

# ERRORI SINTATTICI

Errori di “**lessicalizzazione**”, completa o parziale, dovuta al mancato riconoscimento del valore posizionale delle cifre. Il valore dello “zero” è appreso ma troppo utilizzato, cioè ogni volta che si incontrano i miscellanei.

Ad es. /dwe.tʃen.to. tʃin.kwan.ta.set.:e/ → 210057

/ot.:o tʃen.to.se.:san.tu.no/ → 8100601

In questi casi il bambino trasferisce le regole del sistema linguistico a quello numerico.

# ERRORI DI LETTURA

Nella lettura di numeri scritti in codice arabo un mancato consolidamento dei concetti di decina, centinaia o migliaia, non permette di considerare il legame tra le cifre, portando alla produzione cifra per cifra come se ciascuna fosse un'unità.  
Ad es. 528:/ tʃin.kwe.dwe.ot.:o/

# ERRORI SINTATTICI

Gli elementi miscellanei del lessico dei numeri vengono uniti ai numeri primitivi in modo errato:

- relazioni moltiplicative sono rese additive:

duecento=102;  
tremilasettanta= 1073

# ERRORI

- relazioni additive sono rese moltiplicative:

centocinque=500;

centoventitre=2300; millesette=7000

In questo caso il bambino non fa riferimento né al sistema linguistico né a quello verbale.